

建立穩態磁滯環新描述方法於腐蝕疲勞之應用

邱永川*

Development of the New Descriptive Approach to Stable Hysteresis Loop Applied in Corrosion-Fatigue

Yung-Chuan Chiou

摘要

機械元件耐久性設計，必須考量到材料特性與負載特性外，還必須考量到環境特性如耐蝕性等。鋁合金材料具有質輕、高強度等特性，因此經常被應用在航空器、汽車、壓力容器等。其中鍛造用鋁合金具有高耐蝕性與強度，是機械元件製造上常被選用的金屬材料。本文以 1070 鋁合金，進行理論推導，模擬在周次應變振幅負載下的穩態應力應變遲滯環，進一步由穩態遲滯環計算出材料每周次所吸收塑性應變能 ΔW_p ，再根據材料的塑性應變能疲勞壽命曲線 ($\Delta W_p - N_f$ curve)，預估材料的疲勞壽命 (N_f)。經由實驗數據與使用本文理論計算結果，可顯示出實驗與理論計算值兩者之間有良好的吻合程度，確立本文所提出方法的正確性。

關鍵詞：穩態遲滯環、周次行為、1070 鋁合金、疲勞

ABSTRACT

For a component subject to repeated loading, the characters of metal and loading history are major consideration in the design of fatigue life. But, service environment effect is not negligible. It is well known that corrosive environment is detrimental to fatigue life. The Al alloy for forging that has high strength and good corrosion-fatigue resistance is usually used in many applications such as aircraft, vehicle and pressure vessel. For 1070 Al alloy, this study presents a set of algebraic equations to simulate the stable hysteresis loop under constant strain rate. Furthermore, the stable plastic strain energy per cycle is determined by integrating the enclosed area in the stable hysteresis loop. According the stable plastic strain energy-life curve of the 1070 Al alloy, the fatigue life can be predicted. It is found that the data generated by the proposed methods are in qualitative agreement with the experimental data. Thus, the validity of the proposed methods is confirmed.

Keywords : Stable hysteresis loop; cyclic response; 1070 Al alloy; fatigue.

國立嘉義大學生物機電工程學系講師
Lecturer, Dept. of Biomechatronic Engineering, National Chiayi University
* 連絡作者 (solas@mail.ncyu.edu.tw)

1. 前言

機械元件的損傷經常是由於受到反覆動態負荷作用，導致疲勞裂縫生成，裂縫成長最後導致斷裂。常見的機械系統如航空器、汽車、壓力容器等，是由眾多元件所組成的複雜機械系統，若這些系統突然破壞，往往將會造成重大傷亡、財產損失甚至對環境上的造成重大影響。因此，如何有效地預測疲勞裂縫生成壽命，對出現裂縫構件進行更換，以提升機械系統耐久性，就變成很重要了。若機械系統中的構件是處於具腐蝕特性環境中，一般以腐蝕率作為壽命評估的依據，但若配合疲勞模式之建立，將可精準地進行腐蝕疲勞的壽命評估。

對於處於腐蝕環境中元件壽命的設計，設計者首先須取得在腐蝕環境中疲勞壽命曲線，方可對構件進行耐久性設計。在實驗上疲勞壽命曲線的取得，首先要製造相同腐蝕環境，根據此腐蝕環境進行材料疲勞試驗，建立疲勞損傷參數與壽命之間關係式。但此方式在實驗上所須的相關設備太多，投資金額龐大。為減少相關投資設備及金額，在應用上常直接選用耐蝕性材料進行疲勞試驗，建立疲勞損傷壽命曲線。此方式是將環境因素排除，僅考量反覆動態負荷對材料影響。

應用在設計高周次壽命方面，應力振幅是常被使用的疲勞損傷參數，以此損傷參數所建立的疲勞壽命曲線被稱為應力壽命曲線 (S-N)。在應用低周次壽命設計方面，通常是根據應變振幅與壽命之間關係式來估算疲勞壽命。此一曲線稱為應變壽命曲線 (ϵ -N)。

一般而言，機械元件所承受負載的型式常常是多軸向周次負載 (multi-axial cyclic loading) 型態，而實驗上所得壽命曲線是在單軸負載情況下取得。因此，如何將將多軸向負載轉換為單軸等效負載，再根據應力壽命 (S-N) 曲線或者應變壽命 (ϵ -N) 曲線進行壽命預測，預測值視為多軸向負載下疲勞壽命，是安全設計上重要考量的因素。常見的多軸向周次負載轉換準則有 von-Mises 準則、Tresca 準則、主應力/主應變範圍 (principal stress/strain range) 準則或者臨界平面法 (critical plane method) 準則^[1]

等，常被用來估算多軸向負載時的疲勞壽命^[2-11]。另外，較新及被認為較有發展潛力是採用塑性應變能 (plastic strain energy) 來做為描述疲勞損傷的參數。此疲勞損傷參數被使用前提是認為材料本身所累積塑性應變能 (cumulative plastic strain energy) 將會造成材料本體許多不可逆改變 (irreversible change)，而這些被引發的不可逆改變，是造成材料疲勞破壞的主要原因。Halford^[12] 收集大量拉、壓與扭轉等疲勞數據，由收集疲勞數據中發現塑性應變能與材料疲勞壽命兩者之間存在很高的相關性。文獻指出^[13-15]，在低周次疲勞壽命研究範圍內，塑性應變能常被使用來作為疲勞損傷參數來估算多軸向周次負載時材料疲勞壽命。對於估算在高周次多軸向疲勞壽命方面，則是採用總應變能觀念來評估疲勞損傷^[16-20]。

觀察材料在周次負載作用下的穩態應力應變反應，是以遲滯環方式來呈現材料的彈塑性行為。然而穩態遲滯環內所包含的面積大小，代表著材料在穩態情形下每一周次所吸收塑性應變能的大小。因此，採用塑性應變能作為疲勞損傷參數對材料壽命進行估算的話，其重要關鍵點在於是否能正確描述遲滯環。

對於遲滯環描述方面，若材料在不同控制應變振幅下所得的穩態遲滯環之間具有如圖1所示的關連性，則可將周次應力應變實驗曲線 (cyclic stress-strain curve) 放大兩倍來描述不同應變範圍的穩態遲滯環。當穩態遲滯環之間關連性有如圖1，代表著材料滿足所謂 Massing 假設。若不滿足 Massing 假設，則須取得所謂 master curve 後，再配合周次應力應變曲線來建構不同應變範圍的穩態遲滯環。

Lefebvre 和 Ellyin 發現，在高精度描述穩態遲滯環的要求下，即使在 master curve 輔助下也無法達成；而 master curve 的取得須先進行眾多的穩態遲滯環座標的平移應用上不便。Wittke^[21] 在 1997 年提出了穩態遲滯環發展新的描述方法，其優點為不必事先考量材料行為是否滿足 Massing 假設，即可進行穩態遲滯環的建立。

以上方法皆需使用多組疲勞實驗數據，才可取得描述參數。為減少相關實驗進行量，對穩態遲滯

環進行理論分析在時間及經濟上有其重要性，許多學者因此從事於研究材料周次變形行為理論研究^[22-26]。其中 Valanis^[27] 提出塑性內涵時變理論 (endochronic theory of plasticity with yield surface) 來描述材料的彈塑性周次變形行為，其正確性獲得高度評價。基於此，本研究使用此一塑性力學理論，針對材料在等應變振幅周次負載作用下的穩態遲滯環進行理論推導，建立一組應力應變方程式對穩態遲滯環曲線進行模擬。此外，本研究再選用1070鋁合金模擬其在周次負載作用下的穩態遲滯環曲線，對實驗數據與理論計算結果進行比較以驗證本文所提方法正確性；更進一步地積分穩態遲滯環曲線，計算塑性應變能。依此疲勞損傷的參數，將可應用於機械系統壽命 (N_f) 設計之用。

2. 塑性內涵時變理論簡介

描述金屬材料的彈塑性行為的內涵時變理論，首先由 Valanis^[28] 提出。此理論是建立在內部變數不可逆熱力學 (irreversible thermodynamic of internal variable) 上，使用內涵時間 (intrinsic time) 來記錄溫度改變及材料變形的過程。1980 年 Valanis 提出塑性內涵時變理論，使用塑性應變張量 (plastic strain tensor) 重新定義內涵時間，成功解決原理論在模擬釋力 (unloading) 狀態時，造成彈性模數偏低的行為。根據塑性內涵時變理論，材料在等溫、小變形及塑性不可壓縮 (plasticity incompressible) 情形下，其組合方程式及塑性應變張量與內涵時間關係表示如下：

$$S_{ij} = s_y \frac{d\varepsilon_{ij}^p}{dz} + \int_0^z \mu(z-z') \frac{d\varepsilon_{ij}^p}{dz'} dz' \quad (1)$$

$$\varepsilon_{ij}^p = \varepsilon_{ij} - \frac{S_{ij}}{G} \quad (2)$$

$$d\xi^2 = d\varepsilon_{ij}^p d\varepsilon_{ij}^p \quad (3)$$

$$f(z) = \frac{d\xi}{dz} \quad (4)$$

其中， S_{ij} 代表著偏應力張量 (deviatoric stress tensor)， ε_{ij}^p 為塑性應變張量， $\mu(z)$ 為核心函數 (kernel function)， z 為內涵時間尺度 (intrinsic time scale)，為材料係數， G 為剪力模數且定義。為時衡 (intrinsic time measure)，其大小將隨著塑性應變發生而持續增加，而 $f(z)$ 代表內涵時間增量與時衡增量之間關係式。根據上述方程式之間的關連性，可建立出 $f(z)$ 、 ε_{ij}^p 和 z 三者之間的關連性，顯現出材料周次硬化或者周次軟化變化行為為可用予以描述，因此 $f(z)$ 被常被稱為硬化或者軟化函數 (hardening or softening function)。對於此硬化函數 $f(z)$ ，Wu 及 Yip^[29] 提出變數為 z 函數型態為指數形式來描述，使用此函數型態在描述材料周次行為有極佳效果^[30-32]。而 Wu 及 Yip 所建立硬化函數 $f(z)$ 如下所示：

$$f(z) = \frac{d\varepsilon^p}{dz} = C - (C-1)e^{-\beta z} \quad (5)$$

在方程式 (5) 中的 C 與 β 皆為材料常數。在本研究中為簡化計算流程，取核心函數型式如下

$$\mu(z) = \mu_1 e^{-\alpha z} + \mu_2 \quad (6)$$

式中， μ_1 、 μ_2 及 α 皆為材料係數。

根據 (1) 至 (6) 式在單軸受力狀態下組合方程式可簡化如下：

$$\sigma(z) = 1.5 \left[s_y \frac{d\varepsilon^p}{dz} + \mu_0 e^{-\alpha z} \int_0^z e^{\alpha z'} \frac{d\varepsilon^p}{dz'} dz' + \mu_1 \varepsilon^p(z) \right] \quad (7)$$

在方程式 (5) 至 (7) 式中的 S_y 、 μ_0 、 α 、 μ_1 、 β 、 C 等皆為材料係數，因此須先決定出上述六個材料係數後，才可應用此組合方程式對材料彈塑性行為進行分析。

3. 材料係數的決定

對於 S_y 、 μ_0 、 α 、 μ_1 、 β 、 C ，六個材料係數決定方法，可使用 Wu 和 Yip^[29] 所提出系統化的方法逐步求出，其係數決定流程如下。

首先對方程式 (7) 中的積分項及方程式 (5) 積分可得到下列二式：

$$\sigma(z) = 1.5S_y [C - (C-1)e^{\beta z}] + 1.5\mu_0 \left[\frac{C}{\alpha} (1 - e^{-\alpha z}) - \frac{(C-1)}{(\alpha-\beta)} (e^{\beta z} - e^{-\alpha z}) \right] + 1.5\mu_1 \varepsilon^p(z) \quad (8)$$

$$\varepsilon_p(z) = C z + \frac{(C-1)}{\beta} (e^{-\beta z} - 1) \quad (9)$$

根據方程式 (8)，當內涵時間 z 等於零時則降伏應力 σ_y^o 將等於 $1.5 S_y$ 。若內涵時間 z 趨近某一大值時，則方程式 (8) 將退化成近似直線，其函數型態如下：

$$\sigma(z) = 1.5 \left[CS_y + \mu_0 \frac{C}{\alpha} + \mu_1 \varepsilon^p(z) \right] \quad (10)$$

如圖 2 所示，可知此近似直線與材料係數間之關係如下：

$$a_0 = 1.5 \left[CS_y + \mu_0 \frac{C}{\alpha} \right] \quad (11)$$

$$a_1 = 1.5\mu_1 \quad (12)$$

再如圖 3 所見，可知在單軸周次負載實驗中，由遲滯環曲線中可量測出 σ_D^i 與 σ_D ，這兩個量測值與材料係數間之關係如下

$$\sigma_D^i = 2\sigma_y [C - (C-1)e^{-\beta z_1}] \quad (13)$$

$$\sigma_D = 2\sigma_y C \quad (14)$$

其中 σ_D^i 代表著在第一次釋力情況下所對應的應力差， σ_D 代表在穩態情形下彈性範圍所對應之應力差。根據單軸拉伸應力應變曲線可取得量測值 σ_y^o 、 a_0 及 a_1 。因此在 σ_y^o 、 a_0 、 a_1 、 σ_D^i 與已知情形下，配合方程式 (11) 式至方程式 (14) 式同時調整值情況下，使得拉力試驗實驗數據與理論值能契合情形下，便可決定出所有的材料係數。而方程式 (8) 與方程式 (9) 可用來模擬單軸拉伸應力應變曲線。

根據上述方法，針對 1070 鋁合金，對映塑性內涵時變理論所需的材料係數如下：

$$E = 61408 \text{MPa} \quad \alpha = 1840 \quad \beta = 64.5 \quad C = 2.35$$

$$\sigma_y = 11.76 \text{MPa} \quad \mu_0 = 12120 \text{MPa} \quad A_1 = 138.7908 \text{MPa}$$

4. 應變控制下穩態遲滯環理論推導

不同應變控制區間所得的穩態遲滯環，將其頂點連接構成的曲線即為材料的周次應力應變曲線 (cyclic stress-strain curve)，如圖 4 中曲線 ABCD。此曲線代表著材料在周次負載下，穩態應力振幅與穩態應變振幅之間的關係式。因此對於結構體或是元件在周次負載作用下的耐久性 (durability) 常常藉由這條周次曲線進行評估。一般而言，穩態遲滯環會對稱於應力應變座標原點。根據此一實驗觀察，在圖 4 中曲線 ABCD 與曲線 A'B'C'D' 對座標原點具有反對稱性。

圖 5 曲線 AB 段代表材料在穩態情況下對應的彈性區，依據內涵時變理論，在材料彈性區內對應的內涵時間皆會相同。若控制應變到達 B 點後，材料進入塑性區，此時對映內涵時間 z 才會隨著塑性應變增加而遞增。故如圖 5 所示，將 BC 段區分散化為 k 段，且令 A 點此時所對應的內涵時間尺度大小為 z_{2n} ，則 BC 段上各離散點對映內涵時間可表示如下：

$$z = z_{2n} + j\Delta z \quad j = 0 \cdots \cdots k \quad (15)$$

其中， $\Delta z = (z_{2n+1} - z_{2n}) / k$

根據方程式 (7)，A 點上應力表示如下：

$$\sigma(z_{2n}) = -\sigma_y^o C + \frac{3}{2}\mu_0 e^{-\alpha z_{2n}} H_{2n} + \frac{3}{2}\mu_1 \varepsilon^p(z_{2n}) \quad (16)$$

其中 $H_{2n} = \left(\int_0^{z_1} \int_{z_1}^{z_2} L \int_{z_{2n-1}}^{z_{2n}} e^{\alpha z'} (-1)^m \frac{d\varepsilon^p}{dz'} dz' \right)$

當在材料穩態情況下，亦可簡化如下式

$$f(z) = \frac{d\varepsilon^p}{dz} = (-1)^m C \quad (17)$$

值得一提的是 (17) 式中若 m 取偶數時，代表目前正處在負載情形下。

當在材料穩態情況下，BC 線段上各離散點相對應的應力可表如下式：

$$\begin{aligned} \sigma(z_{2n} + j\Delta z) &= C\sigma_y^o + \frac{3}{2}\mu_o e^{-\alpha(z_{2n} + j\Delta z)} H_{2n} \\ &\frac{3}{2}\mu_o e^{-\alpha(z_{2n} + j\Delta z)} \int_{z_{2n}}^{z_{2n} + j\Delta z} e^{\alpha z'} C dz' + \frac{3}{2}\mu_1 \varepsilon^P(z_{2n} + j\Delta z) \end{aligned} \quad (18)$$

積分 (17) 式 BC 線段上各離散點相對應的塑性應可表如下式：

$$\varepsilon^P(z_{2n} + j\Delta z) = \varepsilon^P(z_{2n}) + C j\Delta z \quad (19)$$

積分 (18) 式應力可進一步表示如下：

$$\begin{aligned} \sigma(z_{2n} + j\Delta z) &= C\sigma_y^o + \frac{3}{2}\mu_o e^{-\alpha z_{2n}} H_{2n} e^{-\alpha j\Delta z} \\ &+ \frac{3}{2}\frac{\mu_o C}{\alpha}(1 - e^{-\alpha j\Delta z}) + \frac{3}{2}\mu_1 \varepsilon^P(z_{2n} + j\Delta z) \end{aligned} \quad (20)$$

將 (16) 及 (19) 二式代入 (20) 式，可導出各離散點對映應力表示式如下

$$\begin{aligned} \sigma(z_{2n} + j\Delta z) &= \sigma(z_{2n}) e^{-\alpha j\Delta z} + \frac{3}{2}C\sigma_y^o(1 + e^{-\alpha j\Delta z}) \\ &+ \frac{3\mu_o C}{2\alpha}(1 - e^{-\alpha j\Delta z}) + \frac{3}{2}\mu_1(\varepsilon^P(z_{2n} + j\Delta z) - e^{-\alpha j\Delta z} \varepsilon^P(z_{2n})) \end{aligned} \quad (21)$$

根據圖 4 穩態遲滯環對稱於座標原點，可知遲滯環上最大張、壓應力及相對的塑性應變大小相同，其關連性如下所列

$$\sigma(z_{2n+1}) = -\sigma(z_{2n}) = \sigma_a \quad (22)$$

$$\varepsilon^P(z_{2n+1}) = -\varepsilon^P(z_{2n}) = \varepsilon_a^P \quad (23)$$

將上述二式代入 (19) 及 (21) 中，則 BC 段上各離散點對應的應力及塑性應變大小表示如下：

$$\begin{aligned} \sigma(z_{2n} + j\Delta z) &= -\sigma_a e^{-\alpha j\Delta z} + \frac{3}{2}C\sigma_y^o(1 + e^{-\alpha j\Delta z}) \\ &+ \frac{3}{2}\frac{\mu_o C}{\alpha}(1 - e^{-\alpha j\Delta z}) + \frac{3}{2}\mu_1(\varepsilon^P(z_{2n} + j\Delta z) + e^{-\alpha j\Delta z} \varepsilon_a^P) \end{aligned} \quad (24)$$

$$\varepsilon^P(z_{2n} + j\Delta z) = \varepsilon_a^P + C j\Delta z \quad (25)$$

觀察方程式 (24) 及方程式 (25)，在這二式中的 σ_y^o 、 α 、 C 、 μ_o 、 μ_1 為材料係數，而 σ_a 、 ε_a^P 這兩參數代表著所要進行模擬的穩態遲滯環其相對應的應力振幅與塑應變振幅。而與可由材料的周次應力應變曲線中取得。因此方程式 (24) 及方程式 (25) 中變數只有內涵時間增量這一項，故這組方程式是以為單一變數的代數方程式。

如圖 5 所示，AC 兩點為控制應變區間的兩端。相對應 AC 兩點內涵時間差大小可使用 (25) 式估算之

$$z_{AC} = (z_{2n+1} - z_{2n}) = 2\varepsilon_a^P / C \quad (26)$$

因應變控制兩端內涵時間差大小可根據 (26) 求得，因此對於 AC 段各離散點上的應力及塑性應變可使用 (24) 及 (25) 兩式分別求出。同理，在卸載狀態下 (unloading)，對應 AC 兩點間的應力應變曲線，亦可根據穩態遲滯環對應力應變座標原點對稱情況下求得。

綜合以上分析可得知方程式 (24) 及方程式 (25) 兩式可用來模擬在張力狀態下的穩態遲滯曲線，再根據穩態遲滯環對應力應變座標原點有對稱性，因此卸載狀態下的穩態遲滯曲線亦可求得，故穩態遲滯環即可建立。

5. 實驗分析及討論

為驗證計算模擬應變控制下的穩態遲滯環的方法及估算塑性應變能 ΔW_p 正確性，以期能正確估算材料疲勞壽命 (N_f)。本研究採用廣泛運用於線材、管路及家庭五金上的 1070 鋁合金為驗證材料。

1986 年 Yip 和 Yu 使用 1070 鋁合金材料進行單軸向拉力實驗及等應變振幅周次負載實驗^[26]。實驗中採用圓棒試棒幾何形狀如圖 6 所示。所有實驗皆在 Instron 1322 型軸向-扭轉伺服液壓試驗系統完成，且應變的量測方面是使用標準距離 (gauge length) 為 12.5 mm 的伸長計 (extensometer) 進行應變量測。

依第 3 節所列的材料係數及方程式 (8) 與 (9)，

1070 鋁合金單軸拉伸應力應變曲線，如圖 7 所見，顯示實驗值與理論值之間有良好的吻合程度。同時由三組不同應變控制下的所得的 1070 鋁合金穩態遲滯環，分別取得其穩態遲滯環頂點，對這三個頂點進行曲線坎合 (curve fitting)，此坎合的曲線即是 1070 鋁合金的周次應力應變曲線 (cyclic stress-strain curve)。此坎合曲線與實驗數據間之關連性如圖 8 所示。在圖 9 中則可看出 1070 鋁合金的周次應力應變曲線皆高於單軸向拉力的應力應變曲線，因此可知 1070 鋁合金是屬於周次硬化材料。

遲滯環是由兩條在承載 (loading) 與卸載 (unloading) 狀態下對應的應力應變曲線所組成。因此觀察遲滯環是否會對稱於應力應變座標原點，可根據對稱定義來比較這兩條對應於承載/卸載應力應變曲線是否重疊。由圖 10 中可看出 1070 鋁合金的穩態遲滯環會對稱於應力應變座標軸原點。基於此觀察結果，滿足遲滯環對稱於應力應變座標原點。

若使用 (24) 及 (25) 式這組應力應變方程式對 1070 鋁合金的穩態遲滯環進行理論模擬，由圖 11 中比較穩態遲滯環理論估算值與實驗數據，發現兩者有良好的吻合程度，足可驗證此組方程式的正確性。進一步對穩態遲滯環內的面積積分，即可取得 1070 鋁合金的塑性應變能。在圖 12 中對於理論 ΔW_p 與實驗大小 ΔW_p 進行比較，發現兩者之間相當一致，再次驗證本文方法的正確性。

由以上分析可知，這組以 Δz 為變數的應力應變方程式可應用來模擬應變控制下的穩態遲滯環，進而求出塑性應變能 ΔW_p 。假若提供塑性應變能疲勞壽命曲線 ($\Delta W_p - N_f$ curve)，在已知的狀況下，即可對材料進行疲勞壽命 (N_f) 的預測。

6. 結論

本研究發展出一組單一變數 Δz 的應力應變代數方程式，能對控制應變下，周次負載作用下材料穩態遲滯環曲線進行理論推導。而材料的周次應力應變曲線可提供方程式 (22) 與 (23) 中的 ε_p^c 及 σ_a 這兩參數值。根據此方法所估算理論塑性應變能 ΔW_p

與實驗的塑性應變能 ΔW_p 之間相當一致，顯現本研究所發展的方法對疲勞壽命進行預測具有高度正確性。

1070 鋁合金具有次硬化的行為且其穩態遲滯環對應力應變坐標軸原點具有對稱性。

參考文獻

1. G. Sines and G. Ohji, Journal of Engineering Materials and Technology, 103 (1981) pp. 82-89.
2. Y. S. Garud, Journal of Testing Evaluation, 9 (1981) 165.
3. S. B. Lee, Multi-axial Fatigue, ASTM STP 853, American Society for Testing and Materials, PA (1985) 553.
4. M.W. Brown and K.J. Miller, Proc. Conf. of the fatigue of metals, The Institution of Mechanical Engineers (1973) 746.
5. M.W. Brown and K.J. Miller, Low-cycle Fatigue and Life Prediction, ASTM STP770, American Society for Testing and Materials, PA (1982) 482.
6. W.N. Findley, J. Eng. Ind., 81 (1959) pp. 301-306.
7. M.W. Brown and K.J. Miller, A theory for fatigue failure under multi-axial stress-strain conditions, Proc. Inst. Mech. Eng., 187(65) (1973) pp. 745-755.
8. A. Fatemi and D.F. Socie, Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct., 11 (1988) 149.
9. H. Lin and H. Nayeb-Hashemi, Effects of material anisotropy on cyclic deformation and biaxial fatigue behavior of Al-6061-T6. McDowell DL, Ellis R, editors. Advances in multi-axial fatigue, Philadelphia, PA (1993) pp. 151-182.
10. D.L. McDiarmid, Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct., 17 (1944) pp. 1475-1484.
11. Papadopoulos IV, Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct., 18 (1995) pp. 79-91.

12. G. R. Halford, *J Mater.*, 1 (1996) pp. 3-18.
13. Y. S. Garud, *J. Eng. Mater. Technol*, Trans ASME103 (1981) 118.
14. Chen, X., Q. Gao, A. Abel, and S. Wu, *Fatigue Fract. Engng. Mater. Struct.*, 19 (1996) pp. 1161-1168.
15. W. Ott, O. Baumgart, K.H. Trautmann, and H. Nowack, A new crack initiation life prediction method for arbitrary multi-axial loading, Conference fatigue 96, 1996, Berlin, pp. 107-112
16. K. Golos and F. Ellyin, *J. Pressure Vessel Technol*, Trans ASME 110 (1988) pp. 36-41.
17. F. Ellyin and Z. Xia, *J. Eng. Mater. Technol*, Trans ASME115 (1993) pp. 411-416.
18. R.N. Smith, P. Watson, and T.H. Topper, *J. Mater. JMLSA*, 5 (1970) 767.
19. J. Park and N. Drew, *International Journal of Fatigue*, 22 (2000) pp. 23-39.
20. D. Lefebvre and F. Ellyin, *International Journal of Fatigue*, 6 (1984) pp. 9-15.
21. H. Wittke, J. Olfe, and K.T. Rie, *International Journal of Fatigue*, 19 (1997) pp. 141-149.
22. J. A. Benallal and D. Marquis, *J. Engng. Mater. Tech.*, 109 (1987) pp. 326-336.
23. L. L. McDowell, *J. Engng. Mater.*, 107 (1985) pp. 307-315.
24. F. Ellyin and Z. Xia, *J. Mech. Phys. Solids*, 37 (1989) pp. 71-99.
25. J. Ning, *Mech. Res. Comun*, 18 (1991) pp. 187-198.
26. M. C. Yip and C. Yu, Axial Cyclic Hardening Behavior of Metallic Materials under a Constant Shear Stress, International Conference on Computation Mechanic, IV25-30, 1986, Tokyo
27. K. C. Valanis, *Archives Mechanics*, 32 (1980) pp. 171-191.
28. K. C. Valanis, *Archives Mechanics*, 25 (1971) pp. 517-551.
29. H. C. Wu and M. C. Yip, *Journal of Engineering Materials Technology*, 103 (1981) pp. 212-217.
30. H. C. Wu and C. C. Yang, *Journal of Engineering Materials and Technology*, 106 (1984) pp. 264-270.
31. H. C. Wu and R.J. Yang, *International Journal of nonlinear mechanics*, 18 (1983) pp. 395-408.
32. M. V. Borodn, N. K. Kucher, and V. A. Strizhalo, *Fatigue Fract. Engng. Mater. Struct.*, 19 (1996) pp. 1169-1179.

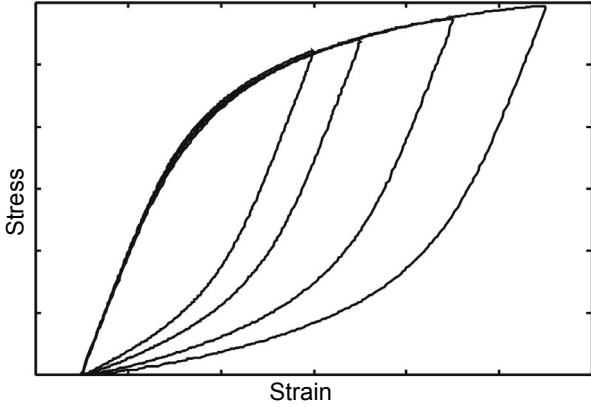


圖1. Massing 假設說明圖
Fig.1 Schematic diagram of the Massing hypothesis

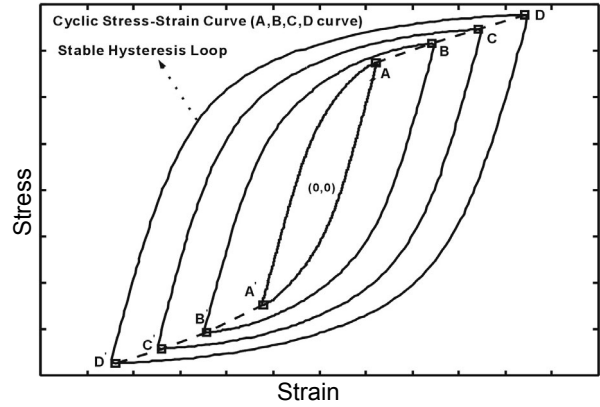


圖4. 次應力應變曲線示意圖
Fig.4 Schematic diagram of the cyclic stress-strain curve

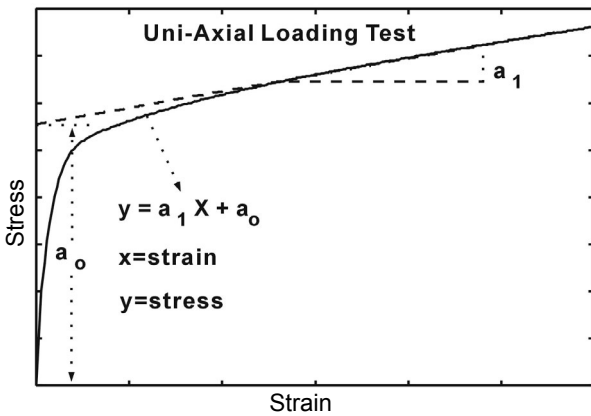


圖2. 單軸拉伸應力應變曲線示意圖
Fig.2 Schematic diagram of the monotonic stress-strain curve

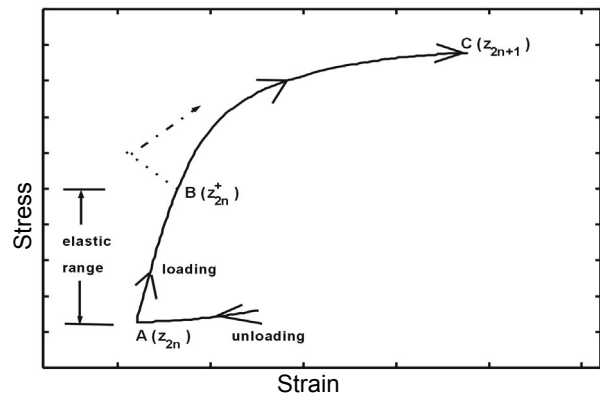


圖5. 遲滯環與內含時間尺度Z相對關係示意圖
Fig.5 Schematic diagram of the relation between the hysteresis loop corresponding to the intrinsic time

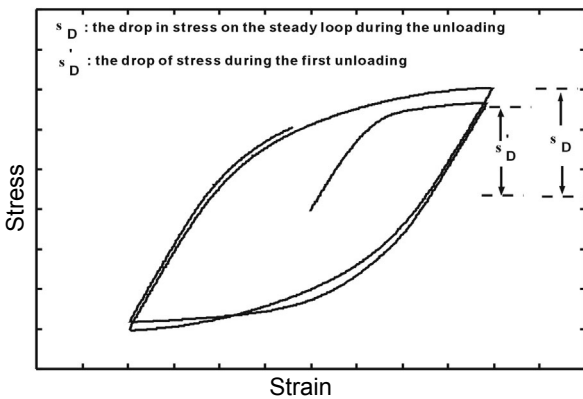


圖3. 應變控制下應力應變遲滯環示意圖
Fig.3 Schematic diagram of the hysteresis loop under controlled strain

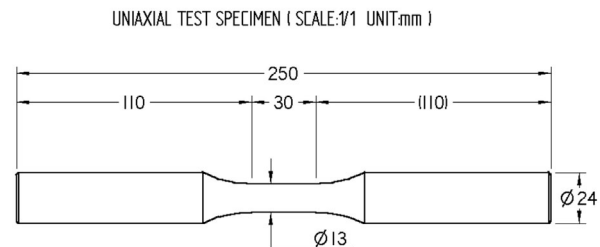


圖6. 實心平滑圓棒試棒
Fig.6 Shape and dimensions of a test specimen

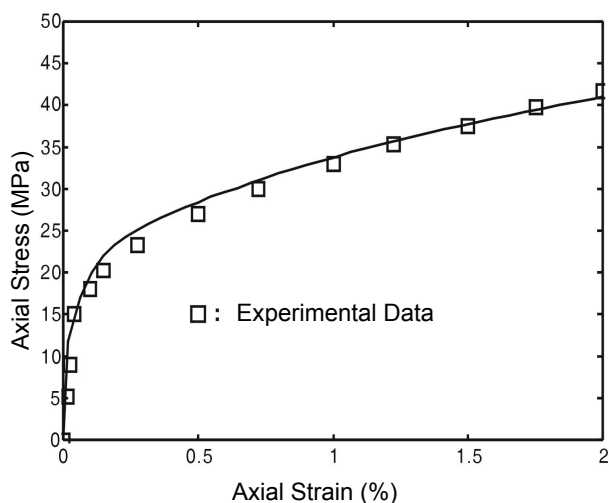


圖7. 1070 鋁合金單軸拉伸應力應變理論與實驗比較圖
Fig.7 Comparison of the experimental and theoretic monotonic stress-strain curves for 1070 Al alloy

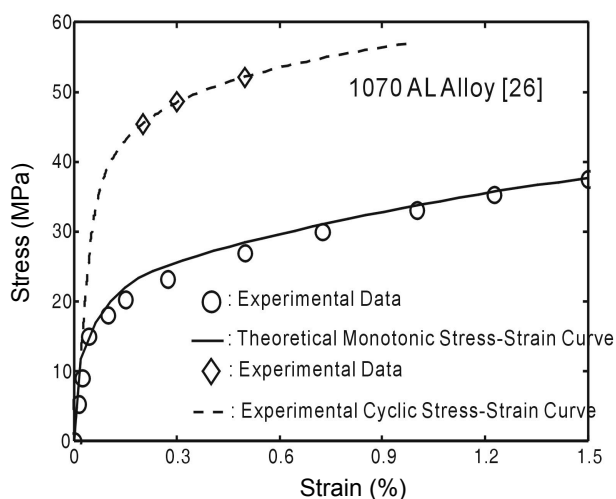


圖9. 1070 鋁合金單軸與周次應力應變曲線比較圖
Fig.9 Comparison between the monotonic and cyclic stress-strain curves for 1070 Al alloy

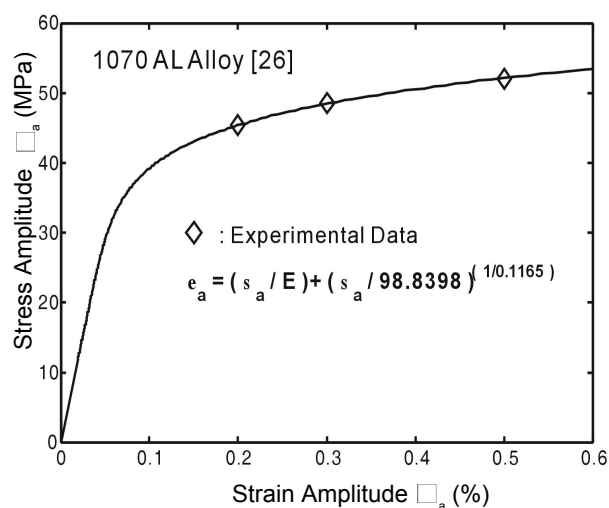


圖8. 1070 鋁合金周次應力應變曲線理論與實驗比較圖
Fig.8 Comparison of the experimental and theoretic cyclic stress-strain curves for 1070 Al alloy

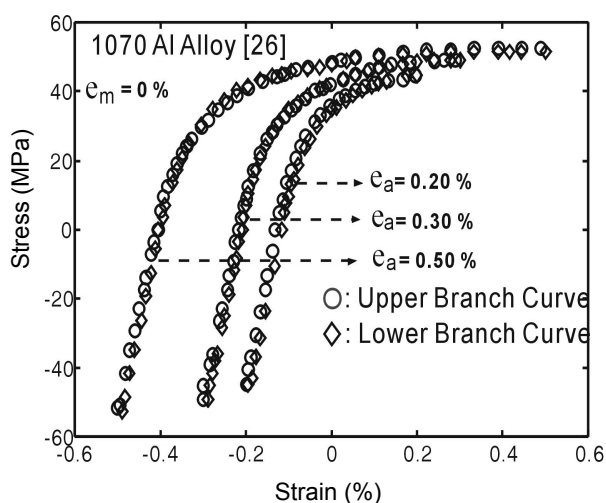


圖10. 1070 鋁合金穩態遲滯環相對原點對稱性比較圖
Fig.10 Comparison of tension and compression branches of the stable hysteresis loop for 1070 Al alloy

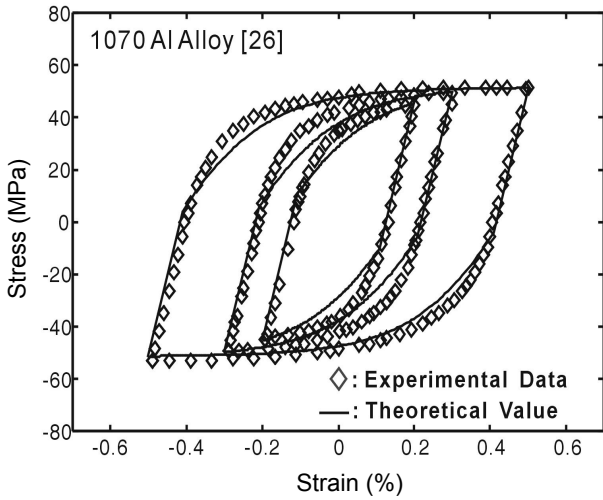


圖11. 1070 鋁合金穩態遲滯環理論與實驗比較圖
Fig.11 Comparison between the experimental data and the theoretic curves of stable hysteresis loop for 1070 Al alloy

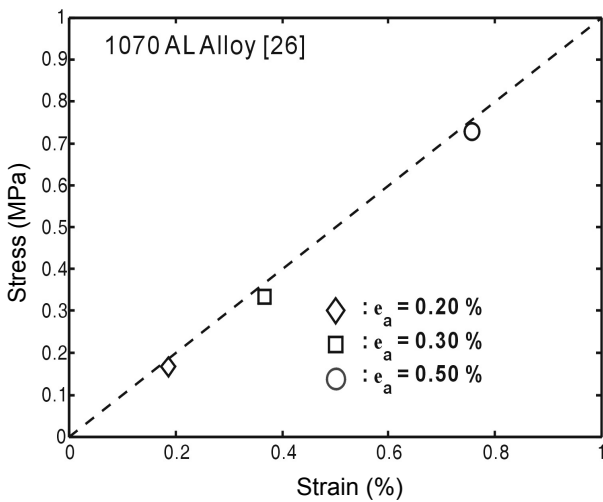


圖12. 1070 鋁合金塑性應變能密度理論估算與實驗比較圖
Fig.12 Comparison between the experimental and predicted values of plastic strain energy density for 1070 Al alloy